

SISTEMA DE DETECCIÓN Y LOCALIZACION DE FALLOS EN ACTUADORES. CASO DE APLICACIÓN: REACTORES DE COPOLIMERIZACIÓN EN EMULSIÓN

Fernando Alegría-Zamudio¹, Alberto Álvarez-Castillo², Juan Reyes-Reyes³, Sócrates Espinoza Salgado³, Gerardo. Guerrero-Ramírez¹, Antonio Champión Coria⁴, Carlos M. Astorga-Zaragoza^{*1}

1. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), Departamento de Ingeniería Electrónica, Interior Internado Palmira s/n, col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México.
2. Instituto Tecnológico De Zacatepec, División de Estudios de Postgrado e Investigación, Departamento de Ingeniería Química y Bioquímica, Calzada Tecnológico 27, Colonia Ampliación Plan de Ayala, C.P. 62780, Zacatepec Morelos, México, *Correo electrónico:* nuabli@yahoo.com.mx
3. Instituto Tecnológico De Zacatepec, División de Estudios de Postgrado e Investigación y Departamento de Sistemas y Computación, Calzada Tecnológico 27, Colonia Ampliación Plan de Ayala, C.P. 62780, Zacatepec Morelos, México, *Correo electrónico:* socspinoza@yahoo.com.mx
4. Instituto Tecnológico De Zacatepec, División de Estudios de Postgrado e Investigación, Departamento de Metalmeccánica, Calzada Tecnológico 27, Colonia Ampliación Plan de Ayala, C.P. 62780, Zacatepec Morelos, México, *Correo electrónico:* nuabli@yahoo.com.mx

Recibido: Septiembre 2009; Aceptado: Abril 2010

RESUMEN

Las técnicas de detección de fallos son cada vez más usadas en la industria química. Su finalidad es la de detectar las desviaciones que ocurren en un proceso en línea, por lo tanto, el potencial de aplicaciones es muy amplio, cuando se aplica a procesos químicos muy complejos, como es el caso de las reacciones de copolimerización. La dinámica compleja de estas reacciones y el número de variables que están involucradas en el proceso, hacen que el sistema sea susceptible a fallos. En este trabajo se desarrolló una aplicación basada en la teoría de detección de fallos, implementada a un proceso de copolimerización en emulsión. El enfoque propuesto se basa en técnicas de desacoplo usando geometría diferencial y la síntesis de observadores de alta ganancia. Se presenta el proceso de diseño del generador de residuos. El objetivo es hacer un residuo sensible a un fallo específico e insensible al resto de ellas. Los fallos que se consideraron en este trabajo son señales aditivas que representan funcionamientos malos en el flujo de alimentación de los monómeros al reactor. Además, el enfoque propuesto fue evaluado usando simulación.

Palabras clave: Copolimerización en emulsión, Detección de fallos, observador de alta ganancia, generador de residuos.

ABSTRACT

Fault detection techniques are every time more used in chemical industry. Their purpose is to detect deviations that happen in a on-line process, therefore, the potential applications are so broad, when they are applied to complex chemical processes, such as, copolymerization reactions. The complex dynamics of these reactions and the number of variables that are involved in the process make the system be susceptible to faults. In this work an application was developed, based on fault detection theory, implemented to a emulsion copolymerization process. The proposed approach is based on decoupling techniques by using differential geometry and the synthesis of high-gain observers. The design of the residual generator is presented. Objective is to make a residual sensitive to a specific fault and insensitive to the rest of them. The faults considered in this work are additive signals that represent malfunctions in the flow feed of the monomers to the reactor. Besides, this approach was evaluated by using simulation

Key words: Emulsion copolymerization, fault detection, high-gain observer, residual generator.

1. INTRODUCCIÓN

La polimerización en emulsión es un proceso complejo que requiere de ciertos aditivos, catalizadores y reactivos con funciones específicas para que se obtengan polímeros de buenas características. Por lo que las condiciones bajo las cuales se lleva a cabo la polimerización tienen un gran efecto sobre la longitud de la cadena polimérica, grado de ramificación, distribución en la composición del copolímero, distribución de la secuencia del copolímero, peso molecular y otras medidas de las estructuras moleculares que afectan directamente las propiedades finales del polímero [1, 2].

Una de las variables que participan en el proceso son los flujos de alimentación de los monómeros al proceso. Estos flujos determinan las concentraciones de los monómeros en el reactor y son los que dan las propiedades más importantes a la macromolécula. Cuando el flujo de alimentación se altera debido a la presencia de fallos puede ocasionar que el peso molecular disminuya o aumente y exista un cambio en la estructura del copolímero de acuerdo a las especificaciones, alterando todas sus propiedades químicas y físicas.

De acuerdo con lo anterior, existe la necesidad de evitar las pérdidas ocasionadas por los fallos en un reactor de copolimerización representa una motivación necesaria para implementar sistemas de detección de fallos.

En este trabajo se estudia el comportamiento de un proceso de copolimerización en emulsión bajo el efecto de dos fallos en el flujo de alimentación de los monómeros, los fallos serán sumadas como funciones escalares al flujo de alimentación.

El enfoque propuesto para solucionar el problema de la detección se basará en los conceptos de geometría diferencial introducidos por *De-Persis* e *Isidori* [3], los cuales proporcionan condiciones necesarias y suficientes para la detección y aislamiento de fallos basándose en la mínima distribución de no observabilidad que contiene el subespacio generado por la falla de no interés.

Además, se utilizaron los trabajos de *Kabore y col.* [4], *Hammouri y Kinnaert* [5], los cuales hacen uso de una transformación del modelo bajo estudio mediante un cambio de coordenadas, a partir de esto se obtiene un subsistema que pertenece al modelo original pero que tienen la característica de desacoplo a fallos no consideradas.

Una vez que el subsistema está desacoplado de la falla no considerada, se propone el diseño de un observador de estados no lineal (de alta ganancia) [6] para detectar y aislar los fallos basándose en el error de estimación del observador (residuo) [7].

El observador será diseñado basándose en los trabajos de *Kabore et al.* [4], *Astorga et al.* [8]

y Févotte et al. [9] y Espinosa-Salgado et al. [10]

La idea básica es la de proponer un residuo estructurado, es decir que este sea sensible solo a una falla e insensible al resto de ellas.

Para evitar problemas en la detección se considerará que solo puede ocurrir un fallo a la vez.

2. Modelo del proceso. El modelo que a continuación será descrito se basa en una síntesis de radicales libres, este modelo puede encontrarse en Févotte et al. [9]

Assumiendo que el monómero es esencialmente insoluble en agua, la evolución del número de moles del monómero i , $N_i(t)$ se da por la ecuación diferencial

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = Q_i(t) - \mu(t) \left[M_i^p(t) \right] \left[K_{p_{ii}} \phi_i(t) + K_{p_{ji}} (1 - \phi_i(t)) \right] \quad (1)$$

donde

$$\mu(t) = \frac{\bar{n} N_p(t) V_e}{N_a} \quad (2)$$

Siendo $\mu(t)$ un parámetro agrupado asociado con el número de moles de radicales por litro de emulsión y

$$\phi_i(t) = \frac{1}{1 + \left(k_{p_{ii}} / k_{p_{ji}} \right) (1 - f_i(t)) / f_i(t)} \quad (3)$$

Es la probabilidad que una cadena activa en las partículas será de tipo i , $Q_i(t)$ es el flujo de alimentación del monómero de tipo i , $K_{p_{ij}}$ es la velocidad de polimerización. \bar{n} Es el número promedio de radicales por litro de emulsión, $N_p(t)$ es el número total de partículas por litro de emulsión, V_e es el volumen total de emulsión y N_a es el número de Avogadro.

Considérese que la fracción molar del monómero i en las partículas en crecimiento es el mismo que la fracción molar del monómero i por todas partes en el reactor por lo que:

$$f_i(t) = \frac{N_i(t)}{\sum_j N_j(t)} \quad (4)$$

La ecuación (3) puede ser expresada como

$$\phi_1(t) = \frac{K_{p_{21}} N_1(t)}{N_1(t) K_{p_{21}} + N_2(t) K_{p_{12}}} \quad (5)$$

y la ecuación (1) puede reescribirse de la forma:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = Q_i(t) - \mu(t)[M_i^p(t)] \quad (6)$$

$$\left[\frac{K_{p_{ii}} N_i(t)}{N_i(t) + (K_{p_{ij}} / K_{p_{ii}}) N_j(t)} + \frac{K_{p_{ji}} N_j(t)}{N_j(t) + (K_{p_{ji}} / K_{p_{jj}}) N_i(t)} \right] \\ = Q_i(t) - \mu(t)[M_i^p(t)] \bar{R}_{p_i}(t)$$

La concentración de monómero i en las partículas es

$$[M_i^p(t)] = \begin{cases} \frac{f_i(t)(1-\phi^*)}{\sum_j f_j(t) MW_j / \rho_j} & \text{para } V_d(t) > 0, \\ \frac{N_i(t)\phi^*}{V_c} & \text{para } V_d(t) \leq 0, \end{cases} \quad (7)$$

donde ϕ^* es el fragmento de volumen de monómero en las partículas de látex en la presencia del exceso de monómero (por ejemplo, cuando las gotas están presentes en el reactor). La primera condición ($V_d(t) > 0$) se aplica durante el intervalo de flotamiento. Una fase del monómero separada está presente en el reactor, y tan pronto desaparece, la segunda condición es válida. V_d Se refiere al volumen de esta fase separada, y su valor depende de varias cantidades termodinámicas.

El volumen total de gotas de monómero es:

$$V_d(t) = V_m(t) - (1 - \phi^*) V_{p,s}(t) \quad (8)$$

donde $V_m(t)$ es el volumen total del monómero en el reactor

$$V_m(t) = \sum_1 V_1(t) \quad (9)$$

$V_{p,s}(t)$ es el volumen total de partículas en crecimiento

$$V_{p,s}(t) = \frac{V_c(t)}{\phi^*} \quad (10)$$

$V_i(t)$ es el volumen total del monómero i , en el reactor

$$V_i(t) = \frac{N_i(t) MW_i}{\rho_i} \quad (11)$$

$V_c(t)$ es el volumen total del copolímero en el reactor

$$V_c(t) = \sum_2 MW_i \left[\frac{N_i^{tot} - N_j(t)}{\rho_{j,homo}} \right] \quad (12)$$

$\rho_{j,homo}$ es la densidad del homopolímero de tipo j . Ésta es sólo una aproximación, ya que la densidad real de un copolímero es una función compleja de su composición. Sin embargo, en varios casos esta aproximación es válida, e incluso cuando no lo es, el error es sólo del orden del 2 ó el 3%.

$$V_d(t) = \frac{N_1(t)MW_1}{\rho_1} + \frac{N_2(t)MW_2}{\rho_2} - \frac{1 - \phi^*}{\phi^*} \frac{MW_1(N_1^{tot}(t) - N_1(t))}{\rho_{1,hom o}} - \frac{1 - \phi^*}{\phi^*} \frac{MW_2(N_2^{tot}(t) - N_2(t))}{\rho_{2,hom o}} \quad (13)$$

De forma simplificada

$$V_d(t) = \alpha N_1(t) + \beta N_2(t) + \gamma(t) \quad (14)$$

donde

$$\alpha = \left(\frac{MW_1}{\rho_1} + \frac{(1 - \phi^*)MW_1}{\phi^* \rho_{1,hom o}} \right) \quad (15)$$

$$\beta = \left(\frac{MW_2}{\rho_2} + \frac{(1 - \phi^*)MW_2}{\phi^* \rho_{2,hom o}} \right) \quad (16)$$

$$\gamma = \frac{(1 - \phi^*)}{\phi^*} \frac{MW_1}{\rho_{1,hom o}} N_1^{tot}(t) + \frac{(1 - \phi^*)}{\phi^*} \frac{MW_2}{\rho_{2,hom o}} N_2^{tot}(t) \quad (17)$$

La salida del sistema es la suma del producto de los pesos moleculares de los monómeros con las concentraciones de cada uno de ellos en el reactor.

$$y(t) = MW_1 N_1(t) + MW_2 N_2(t) \quad (18)$$

Los fallos que se suman al modelo son ΔQ_1 para el flujo de alimentación de acrilato de butilo (BuA), y ΔQ_2 para el flujo de estireno (Sty). Estas señales de falla son funciones escalares que serán consideradas como falla (o falla de no interés dependiendo de la falla que se quiera aislar).

El modelo con fallos es el siguiente

$$\begin{pmatrix} \dot{N}_1 \\ \dot{N}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mu \left(\frac{k_{p11}N_1}{N_1 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}}N_2} + \frac{k_{p21}N_2}{N_2 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}}N_1} \right) [M_1]^p + Q_1 + \Delta Q_1 \\ -\mu \left(\frac{k_{p12}N_1}{N_1 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}}N_2} + \frac{k_{p22}N_2}{N_2 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}}N_1} \right) [M_2]^p + Q_2 + \Delta Q_2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Se utilizaron dos flujos de alimentación para los monómeros, el de acrilato de butilo, el cual

solo se utilizó una concentración inicial y de ahí no se volvió a requerir. En cambio, el estireno fue variado en tres ocasiones durante el proceso, el flujo de alimentación fue de 0,001 mol/s y se muestra en la Figura 1.

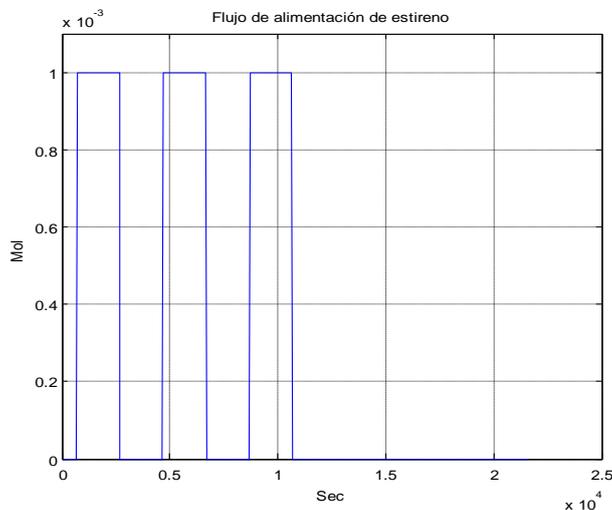


Figura 1. Flujo de alimentación de estireno (Sty).

Los parámetros usados para la simulación pueden verse en la Tabla 1 y son los que se usaron durante todo el proceso, que se llevo a cabo a 60°C.

Tabla 1. Parámetros del proceso. Proceso de copolimerización en emulsión.

Parámetro.	Valor
k_{p11}	$4,5 \times 10^5$
k_{p12}	$2,24 \times 10^6$
k_{p21}	$3,20 \times 10^5$
k_{p22}	$2,40 \times 10^5$
MW_1	128,2
MW_2	104,15
\bar{n}	0,5
$N_p (l^{-1})$	$1,8 \times 10^{14}$
$V_c (mL)$	3.000
ϕ^*	0,4
$\rho_1 (g / m^3)$	0,89
$\rho_2 (g / m^3)$	0,90
$\rho_{1,hom o}$	1,08
$\rho_{2,hom o}$	1,05
$\mu (nb. part / l)$	$\bar{n} N_p V_c / N_a$

La concentración de monómero en las partículas en crecimiento (Figura 2) son un signo inequívoco que el monómero se está consumiendo y que existe mayor número de radicales libres de estireno que de acrilato de butilo.

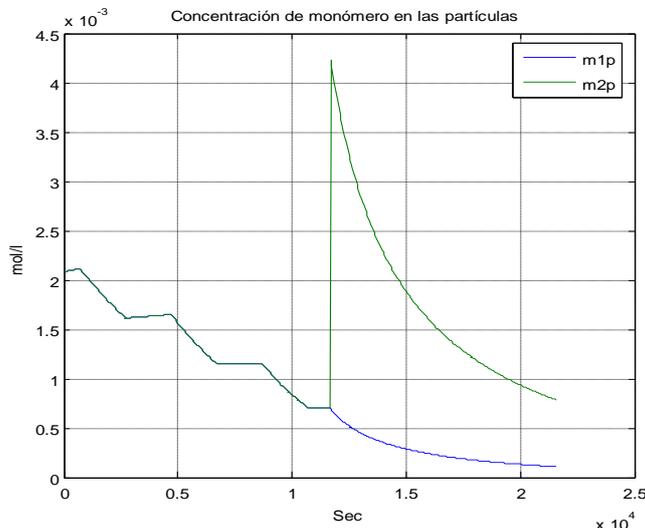


Figura 2. Concentración de monómero en las partículas en crecimiento (micelas).

El volumen total de gotas de monómero en el proceso tiende a cero a medida que las partículas crecen (Figura 3). La concentración de los monómeros en el reactor desaparece a medida que el copolímero se forma (Figura 4). Por lo que el volumen de copolímero aumenta y esto puede comprobarse observando la Figura 5.

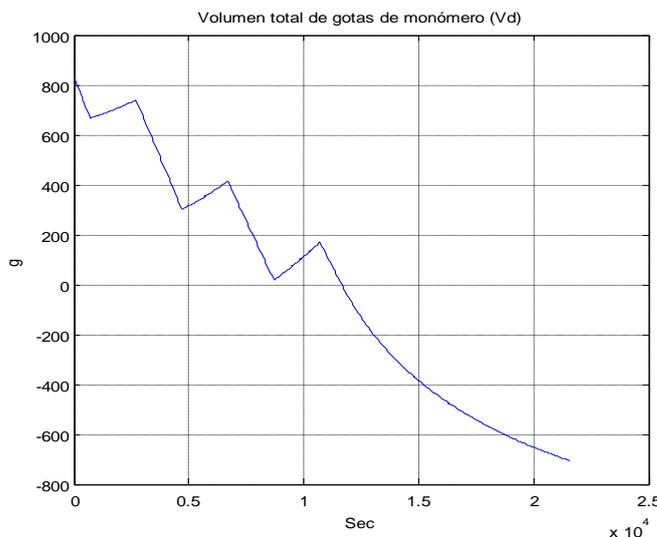


Figura 3. Volumen total de gotas de monómero en el reactor.

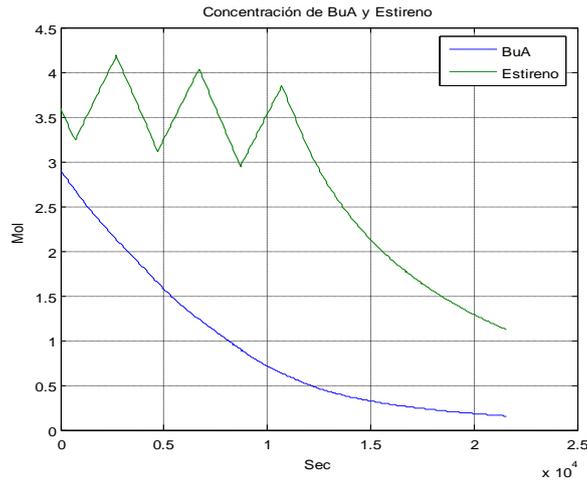


Figura 4. Concentración de monómeros.

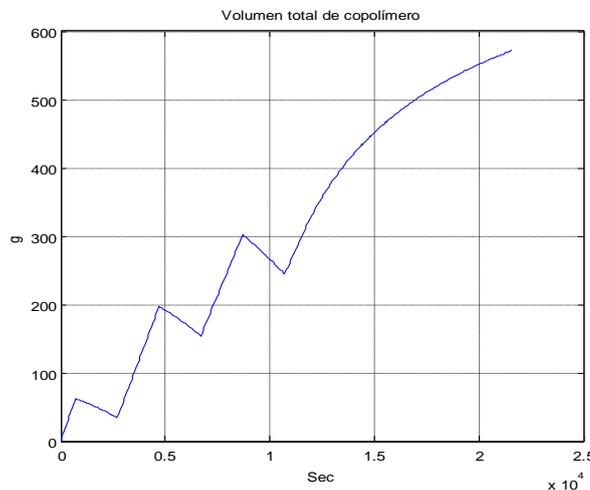


Fig. 5. Volumen total de copolímero.

3. Fundamento teórico de la detección de fallos. Como se comenta en la introducción, el objetivo general de este trabajo es proponer una solución al problema de la detección de fallos aditivas en un proceso de copolimerización en emulsión.

Para esto, se utilizaron los fundamentos de geometría diferencial que fueron propuestos por *De Persis e Isidori* [3], en cuyo trabajo se establecen las condiciones necesarias y suficientes para detectar y aislar fallos en un sistema no lineal, basándose en las propiedades de distribución de no observabilidad y de las nociones de invarianza.

Primeramente se proporcionan las nociones básicas de lo que es una distribución [11].

Una distribución Δ puede definirse como un conjunto de campos vectoriales $\{f_1(x), \dots, f_d(x)\}$ definido en un conjunto abierto de $V \in \mathbb{R}^n$. Una distribución Δ es de dimensión constante d en V si $\dim \Delta(x) = \dim \{f_1(x), \dots, f_d(x)\} = d, \forall x \in V$.

Una distribución Δ es involutiva si el corchete de Lie $[\tau_1, \tau_2]$ de cualquier par de campos vectoriales τ_1 y τ_2 que pertenecen a Δ es un campo vectorial que pertenece a Δ ; es decir si $\tau_1 \in \Delta, \tau_2 \in \Delta \Rightarrow [\tau_1, \tau_2] \in \Delta$.

Dadas las definiciones anteriores se introducen las siguientes definiciones.

Considérese el sistema no lineal:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= g_0(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (20)$$

en el que x es definido en una vecindad $X \in \mathbb{R}^n$, $g_0(x), g_1(x), \dots, g_m(x)$ son campos vectoriales suaves y $h(x)$ es una función suave.

Una distribución Δ se dice que es invariante condicionada si satisface [3]:

$$[g_i, \Delta \cap \ker\{dh\}] \subset \Delta \quad i = 1, \dots, m \quad (21)$$

donde $g_0 = f(x)$, y $\ker\{dh\}$ es la distribución que aniquila las diferenciales de las filas del mapeo $h(x)$.

Considere el sistema dinámico de la ecuación (20), la distribución asociada a este satisface la ecuación (21) y un conjunto de campos vectoriales suaves $p_1(x), \dots, p_d(x)$ que generan la distribución

$$P = \text{span}\{p_1(x), \dots, p_d(x)\} \quad (22)$$

Algoritmo 1 [3]. La distribución invariante condicionada bajo la ecuación (20) que contiene a P denotada por \bar{S}_k^* coincide con el último término de.

$$\begin{aligned} S_0 &= \bar{P} \\ S_{k+1} &= \bar{S}_k + \sum_{i=0}^s [g_i, \bar{S}_k \cap \ker\{dh\}] \end{aligned} \quad (23)$$

donde \bar{S}_j denota la cerradura involutiva de S_j y existe un entero k^* tal que:

$$\bar{S}_{k^*+1} = \bar{S}_{k^*} \quad (24)$$

y sea

$$\sum_*^P \bar{S}_{k^*} \quad (25)$$

Esto es que si la ecuación (24) se satisface, la distribución \sum^P_* es el elemento mínimo de la familia de todas distribuciones invariantes condicionadas que contienen a P.

Una codistribución Ω se dice que es una codistribución invariante condicionada bajo la ecuación (20) si:

$$L_{g_i} \Omega \subset \Omega + \text{span}\{dh\} \quad \forall i = 0, \dots, s \quad (26)$$

donde $\text{span}\{dh\}$ es la distribución generada por las diferenciales de las filas del mapeo $h(x)$.

Algoritmo 2 [3]. Sea Θ una codistribución fija, entonces, se puede generar la sucesión no decreciente de codistribuciones no singulares

$$\begin{aligned} Q_0 &= \Theta \cap \text{span}\{dh\} \\ Q_{k+1} &= \Theta \cap \left(\sum_{i=0}^s L_{g_i} Q_k + \text{span}\{dh\} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Supóngase que existe un entero $k^* \leq n-1$ y $Q_k = Q_{k^*}$ para todo $k > k^*$. A la codistribución obtenida vía Θ se denota por

$$\Omega^* = o.c.a(\Theta) \quad (28)$$

Hecho 2.12 [3]. *Considérese $\Omega^* = o.c.a(\Theta)$, entonces, $o.c.a(\Theta)$ es igual a Ω^* , por lo que al aplicar el algoritmo 2 con $\Theta = \Omega^*$*

$$\begin{aligned} Q_0 &= \Omega^* \cap \text{span}\{dh\} \\ Q_{k+1} &= \Omega^* \cap \left(\sum_{i=0}^s L_{g_i} Q_k + \text{span}\{dh\} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

por lo que se sabe que la detección del fallo de interés depende de f si:

$$f \notin (\Omega^*)^\perp \quad (30)$$

y está desacoplado del fallo no considerada d cuando $m_1 = 0$ si:

$$d \subset (\Omega^*)^\perp \quad (31)$$

Una vez que se tiene la distribución de no observabilidad $\Delta(x)$ que contiene el subespacio generado por el fallo de no interés, se procede a obtener un subsistema que este desacoplado de la falla de no interés pero que mantenga la sensibilidad al fallo de interés.

Para eso, una herramienta útil es el desacoplo a perturbaciones y fallos no consideradas, como lo introdujo en su trabajo Selinger et al. [12] el cual hace uso de una transformación no lineal de desacoplamiento a fallos no consideradas o a perturbaciones.

Una herramienta útil para el diagnóstico de fallos es el concepto de desacoplamiento a perturbaciones y a los fallos no considerados.

Considérese el modelo

$$\begin{aligned}\dot{x} &= g(x, u) + k(x)d + E(x)f \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{32}$$

donde x es el vector de estados, u es el vector de entrada, y es el vector de salida, d es el vector de entradas desconocidas y f el vector de fallos, las matrices K y E son de dimensión conocida.

La transformación $z = T(x)$ es llamada transformación de desacoplamiento a perturbaciones y sensible a fallos. Esta genera un subsistema con inyección de la salida de la forma

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \bar{g}(z, u, y) + \bar{E}(z)f \\ r &= \bar{h}(z)\end{aligned}\tag{33}$$

sí y solo sí

$$\begin{aligned}1. \quad & -\frac{\partial T(x)}{\partial x} K(x) = 0 \\ 2. \quad & -\text{rank}\left(\frac{\partial T(x)}{\partial x} E(x)\right) = \text{rank}(E(x))\end{aligned}\tag{34}$$

La condición uno se llama condición de desacoplamiento y la segunda, condición de sensibilidad.

4. Detección de fallos. La detección y el aislamiento se hizo de la siguiente forma: primero se aplicó el Algoritmo 1 y 2 para garantizar mediante las condiciones necesarias y suficientes la detección y el aislamiento de fallos.

Una vez que las condiciones fueron satisfechas se generó la transformación de desacoplo a perturbaciones vía el teorema de *Frobenius* [8] y se obtuvieron los submodelos desacoplados de los fallos de no interés.

Para fines de detección y aislamiento se considera que para el caso en el que se quiere detectar ΔQ_1 , se considerará a ΔQ_2 como el fallo de no interés o la que se desea desacoplar, para ver como el generador aísla el fallo, y para el caso en el que ΔQ_2 es el fallo que se quiere detectar entonces ΔQ_1 será el fallo de no interés.

4.1. Detección y aislamiento de ΔQ_1 . Usando el Algoritmo 1 se genera la sucesión no decreciente de distribuciones.

Considerando el modelo dado en la ecuación (19), se determina el generador.

$$\Delta(x) = p(x) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (35)$$

A partir de ahí y usando la salida del sistema, se calcula la sucesión a partir del Algoritmo 1.

$$\bar{S}_0 \cap \ker \{dh\} = \{0\} \quad (36)$$

de ahí la se puede ver que:

$$S_1 = \bar{S}_0 + \sum_{i=0}^2 [g_i, 0] \quad (37)$$

por lo que $S_1 = S_0$.

Ahora se obtiene la codistribución a partir de:

$$\frac{\partial \phi^i}{\partial x} = \frac{\partial \phi_1^i}{\partial x} v_1 = 0 \quad (38)$$

$i = 1.$

por lo que la codistribución es

$$(\bar{S}_1)^\perp = \text{span} \{d\phi^1\} = \text{span} \{[1 \ 0]\} \quad (39)$$

Una vez obtenida la codistribución se desarrolla la sucesión no decreciente de codistribuciones aplicando el Algoritmo 2.

Inicializando

$$Q_0 = (\bar{S}_k)^\perp \cap \text{span} \{dh\} = [1 \ 0] \quad (40)$$

por lo que

$$Q_1 = (\bar{S}_k)^\perp \cap \left(\sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 + \text{span} \{dh\} \right)$$

$$\sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} Lg_0 Q_0 \\ Lg_1 Q_0 \\ Lg_2 Q_0 \end{bmatrix} \right\} \quad (41)$$

$$Q_1 = (\bar{S}_k)^\perp \cap \left\{ \begin{bmatrix} MW_1 & MW_2 \\ \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right\} = \text{span} [1 \ 0] \quad (42)$$

Finalmente se obtiene la distribución $(\Omega_o)^\perp$ resolviendo

$$\omega_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \omega_1 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial x} \quad (43)$$

$i = 1$

y finalmente se genera la distribución

$$(\Omega_o)^\perp = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (44)$$

que satisface las condiciones (30) y (31).

La distribución (39) desacopla los efectos de ΔQ_2 y se puede generar un subsistema que dependa de la falla ΔQ_1 y esta desacoplada de ΔQ_2 y se desarrolla a continuación:

La salida para el nuevo sistema es:

$$\bar{y}_1 = N_2 = \frac{M W_1 N_1^{tot} + M W_2 N_2^{tot}}{M W_2 (M W_1 N_1)} \quad (45)$$

De ahí se obtiene el nuevo sistema.

$$\psi(z, y^*) = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ - \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

Finalmente el nuevo modelo es:

$$\dot{z} = -\mu \left(\begin{array}{cc} \frac{k_{p11} z_1}{z_1 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}} y_1} & + \frac{k_{p21} y_1}{y_2 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}} z_1} \end{array} \right) [M_1]^p \quad (47)$$

$+ Q_1 + \Delta Q_1$

El modelo del observador es:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(t) + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}(t)) \right]^{-1} \cdot S_o^{-1} C^T [C \hat{x}(t) - y(t)] \quad (48)$$

donde S_o es una matriz simétrica definida positiva, resultado de la solución de la ecuación de Lyapunov.

$$\theta S_o + A^T S_o + S_o A = C^T C \quad (49)$$

Por lo que el observador es:

$$\dot{z} = -\mu \left\{ \begin{array}{cc} \frac{k_{p11}z_1}{z_1 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}}y_1} + \frac{k_{p21}y_1}{y_1 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}}z_1} \\ \frac{k_{p12}}{k_{p21}}y_1 & \frac{k_{p21}}{k_{p12}}z_1 \end{array} \right\} [M_1]^p \quad (50)$$

$$+ Q_1 + \Delta Q_1 + \theta(\hat{y}(t) - y(t))$$

4.2. Detección y aislamiento de ΔQ_2 . Usando el Algoritmo 1 se genera la sucesión no decreciente de distribuciones.

El generador determinado fue:

$$\Delta(x) = p(x) = span \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (51)$$

Como $\bar{S}_0 \cap \ker \{dh\} = \{0\}$, entonces $S_1 = S_0$. Por lo que se genera la codistribución Δ^\perp al resolver

$$\frac{\partial \phi^i}{\partial x} = \frac{\partial \phi_1^i}{\partial x} v_2 = 0 \quad (52)$$

$$i = 1$$

por lo que

$$(\bar{S}_1)^\perp = span \{d\phi^1\} = span \{[0 \ 1]\} \quad (53)$$

De ahí se genera la sucesión no decreciente de codistribuciones de donde

$$Q_0 = (\bar{S}_k)^\perp \cap span \{dh\} = [0 \ 1] \quad (54)$$

por lo que

$$Q_1 = (\bar{S}_k)^\perp \cap \left(\sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 + span \{dh\} \right) \quad (55)$$

$$Q_1 = (\bar{S}_k)^\perp \cap \left\{ \begin{bmatrix} MW_1 & MW_2 \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right\} = span [0 \ 1] \quad (56)$$

Esto satisface $Q_1 = Q_0$, de ahí se genera la distribución $(\Omega_o)^\perp$ resolviendo

$$\omega_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \omega_1 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial x} \quad (57)$$

$$i = 1$$

y finalmente

$$(\Omega_o)^\perp = span \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (58)$$

La distribución (53) desacopla los efectos de ΔQ_1 y se puede generar un subsistema que depende de ΔQ_2 y esta desacoplada de ΔQ_1 y se desarrolla a continuación:

La salida propuesta del sistema es:

$$\bar{y}_2 = N_1 = \frac{M W_1 N_1^{tot} + M W_2 N_2^{tot}}{M W_1 (M W_2 N_2)} \quad (59)$$

El nuevo sistema de coordenadas esta dado por

$$\psi(z, y^*) = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (60)$$

El nuevo modelo es:

$$\dot{z} = -\mu \begin{pmatrix} \frac{k_{p12} y_2}{y_2 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}} z_2} + \frac{k_{p22} z_2}{z_2 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}} y_2} \end{pmatrix} [M_2]^p + Q_2 + \Delta Q_2 \quad (61)$$

El observador diseñado para el nuevo modelo es:

$$\dot{z} = -\mu \begin{pmatrix} \frac{k_{p12} y_2}{y_2 + \frac{k_{p12}}{k_{p21}} z_2} + \frac{k_{p22} z_2}{z_2 + \frac{k_{p21}}{k_{p12}} y_2} \end{pmatrix} [M_2]^p + Q_2 + \Delta Q_2 + \theta(\hat{y}(t) - y(t)) \quad (62)$$

5. RESULTADOS

Simulación 1. En la Figura 6, se muestra el residuo r_1 que representa el fallo ΔQ_1 la cual es un error en el flujo de alimentación de acrilato de butilo. La falla se presenta a los 4.500 segundos y el valor del parámetro $\theta = 0,25$. Se puede ver que una vez que el residuo converge a cero después de que el observador fue inicializado este se corrompe al ocurrir el fallo. Puede observarse también que el residuo r_2 se mantiene en cero una vez que el observador converge a cero, esto prueba y valida la propiedad de aislamiento del generador de residuos.

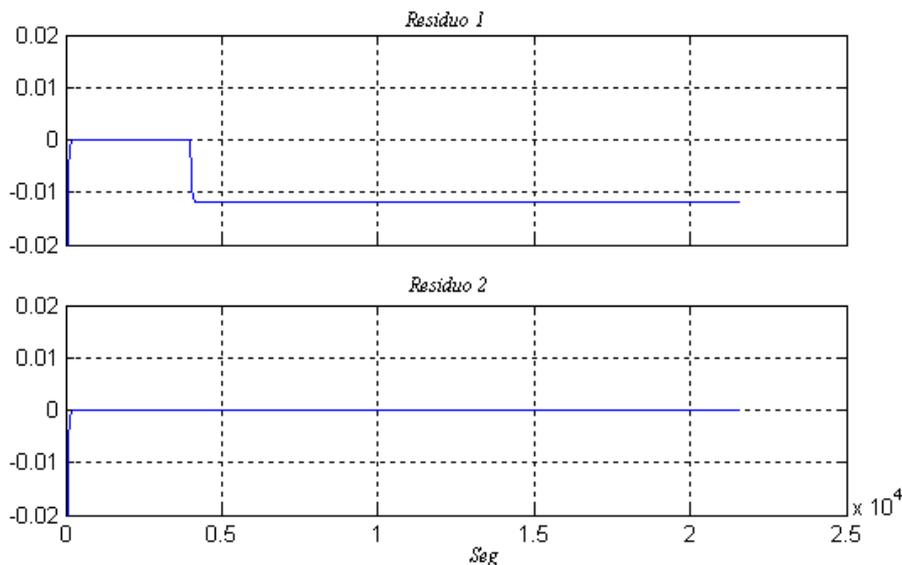


Figura 6. Detección de ΔQ_1 y aislamiento de ΔQ_2 .

Simulación 2. Se inicializa el observador con una ganancia $\theta = 0,24$. El fallo ΔQ_2 se presenta a los 4.500 s. El residuo r_1 se mantiene en cero debido a que es el fallo que se aisló para este caso y r_2 se corrompe al ocurrir el fallo, probando así la sensibilidad a la detección del fallo (véase la Figura 7).

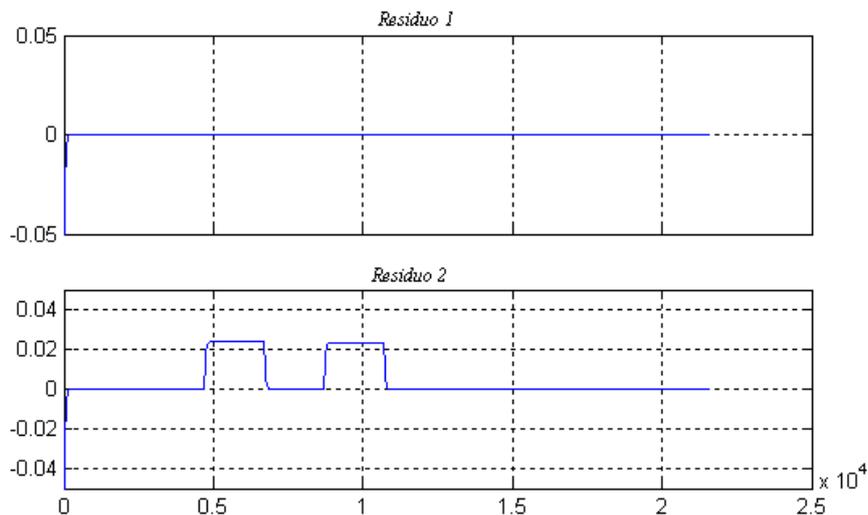


Figura 7. Detección de ΔQ_2 y aislamiento de ΔQ_1 .

6. CONCLUSIONES

Se presentó en este trabajo un enfoque basado en un observador de alta ganancia para la detección de fallos en los flujos de alimentación de un proceso de copolimerización en emulsión. Para esto se utilizaron herramientas tanto algebraicas como geométricas de la teoría de detección de

fallos [13,14].

Se formuló con la idea de generar cada residuo sensible a un fallo y robusto a la otro fallo, para lograrlo se dieron las condiciones necesarias y suficiente para la solución al problema de FDI (por sus siglas en inglés *Fault Detection and Isolation*) basándose en la distribución de no observabilidad mínima que contiene el subespacio generado por la falla no considerada para la detección.

El algoritmo de detección de fallos se diseñó para el modelo no lineal de un proceso de copolimerización con dos fallos en el flujo de alimentación, uno en el flujo de acrilato de butilo y otro en el flujo de estireno. Se generaron dos subsistemas desacoplados de un fallo y afectados por la otra.

Se utilizó una transformación no lineal obtenida vía el teorema de *Frobenius*. Los resultados obtenidos en simulación permitieron demostrar que la detección es satisfactoria cuando los dos fallos se presentan de forma separada.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Joseph F, Schork P, Deshpande B “*Control of polymerization reactors*”, Editorial Dekker, Nueva York (1993)
- [2] Gilbert RG “*Emulsion Polymerization*”, Academic Press, Nueva York (1995).
- [3] De Persis C, Isidori A, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **46**, 853 (2001).
- [4] Kabore S Othman, McKenna TF, Hammouri H, *Int. J. Control*, **73**, 787 (2000)
- [5] Hammouri H, Kinnaert M, El Yaagoubi EH, *IEEE transactions on Automatic Control*, **44**, 1879 (1999)
- [6] Gauthier J P, Hammouri H, Othman S, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **37**, 875 (1992)
- [7] Alcorta-García E, *Ingenierías*, **4**, 43 (2001)
- [8] Astorga CM, Othman N, Hammouri H, *Control Engineering Practice*, **10**, 3 (2000)
- [9] Févotte G, McKenna TF, Othman S, Hammouri H, *Chemical Engineering Science*, **53**, 773 (1997)
- [10] Espinoza-Salgado S, Reyes-Reyes J, Álvarez-Castillo A, Astorga-Zaragoza CM, Mendizábal Mijares E, Cadenas-Pliego G, *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, **7**, 89 (2008)
- [11] Isidori A, *Nonlinear Control Systems: Editorial Springer*, Nueva York 1995
- [12] Seliger R, Frank PM “*Robust Observer-Based Fault Diagnosis in Nonlinear Uncertain Systems*”, (Editors: R Patton, PM Frank, RN Clark), Springer Verlag, Londres, 2000, Capítulo: *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*.
- [13] Thomas GJ “*Principal Component analysis and parity relations a strong duality*”. En Proceedings of SAFEPROCESS 97, August 26-28, Hull, UK, 833-838 (1997).
- [14] Hammouri HP, Kabore, Othman S, Biston J, *J. Franklin Institute*, **339**, 455 (2002)